Devoir de contrôle N°1

Classes $4^{ème}$ sc

Durée: 2.h

Exercice N°1: (6 pts)

Soit m un réel non nul

1/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $Z^2 - 2iZ - (1+m^2) = 0$

2/ Pour tout nombre complexe Z, on pose : $f(Z) = Z^3 - 3iZ^2 - (3+m^2)Z + i(1+m^2)$.

a) Vérifier que $f(i) = 0$

b) Détereminer les complexes a, b et c pour les quelles $f(Z) = (Z-i)(aZ^2 + bZ + c)$

c) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $f(Z) = 0$

3/ le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$

On considère les point A, M et M' d'affixes respectives i , $i+m$ et $i-m$

a) Vérifier que A est le milieu du segment $[MM']$

b) Montrer que le triangle OMM' est isocèle

c) Déterminer les valeurs de m pour que le triangle OMM' soit équilatéral

Exercice N°2: (6 pts)

I- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2$

1/ Dresser le tableau de variation de g

2/ Montrer que l'équation g(x)=0 admet une unique solution $\alpha \in]-4,-3[$

3/ Déduire le signe de x suivant les valeurs de x

4/ Montrer que la courbe de g admet un point d'inflexion I dont on précisera les coordonnées

II- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^2 + 2x + 1}$

1/ Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$

2/ Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

3/ Dresser le tableau de variation de f

1er pas du bac
vers la faculté

(Feuille à rendre)

Nom et Prénom .... 4 sciences N°...........

Exercice N°3: (3 pts)

Répondre par **vrai ou faux**, sans justification.

x	-4		0		2		$+\infty$
f(x)	1	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

1/ Soit la fonction f définie sur $[-4,+\infty[$ par le tableau de variation suivant :

a) L'équation f(x) = 0 admet exactement trois solutions sur $[-4,+\infty[$. ☐

b) L'image de l'intervalle $[-4, 2]$ par f est $[-3, 2]$. ☐

2/ Si f est strictement décroissante et minorée sur $]-\infty, 1[$ alors $\lim\limits_{x\to-\infty} f$ existe et est finie. ☐

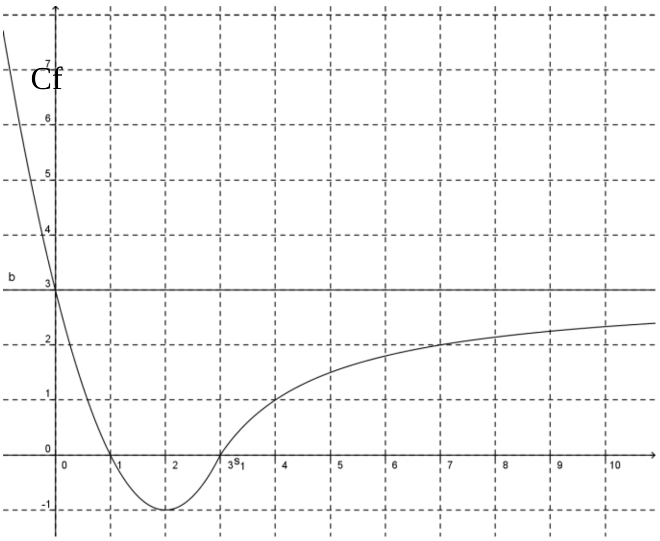
3/ La forme exponentielle de $1+e^{i\theta}$ est $2\cos(\frac{\theta}{2}).e^{i\frac{\theta}{2}}$ avec $\theta \in]\pi,2\pi[$. ☐

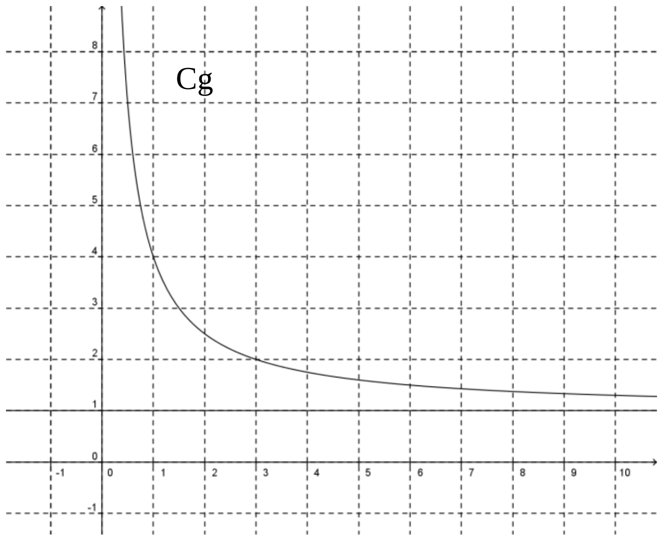
4/ L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\arg(z) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ est l'axe des ordonnées. ☐

5/ Un argument de $Z=-e^{i(\frac{\pi}{3})}.e^{(-i\frac{\pi}{4})}$ est $\frac{13\pi}{12}$ ☐

Exercice N°4: (5 pts)

On donne la fonctions f définie sur IR , et la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ dont les courbes représentatives Cf et Cg ci dessous .





1/Compléter

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = ...$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = ...$

$\lim\limits_{x\to0^+} g(x) = ...$ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = ...$

$f(4) = ...$ g(1)=.................

La fonction f admet un minimum ………………….. en …… de valeur …….

2/ Soit la fonction définie sur $]-\infty,1[\cup]3,+\infty[$ par $h(x) = gof(x)$.

b- Calculer $h(4) = ...$ h(0)=.................

c- Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x) = ...$ $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = ...$ $\lim\limits_{x\to3^+} h(x) = ...$

3/ Déterminer $f(]-\infty,0[) = ...$ $g(]3,+\infty[) = ...$

$h(]-\infty,0[)$ .... $h([0, 1[) =$ ……………..